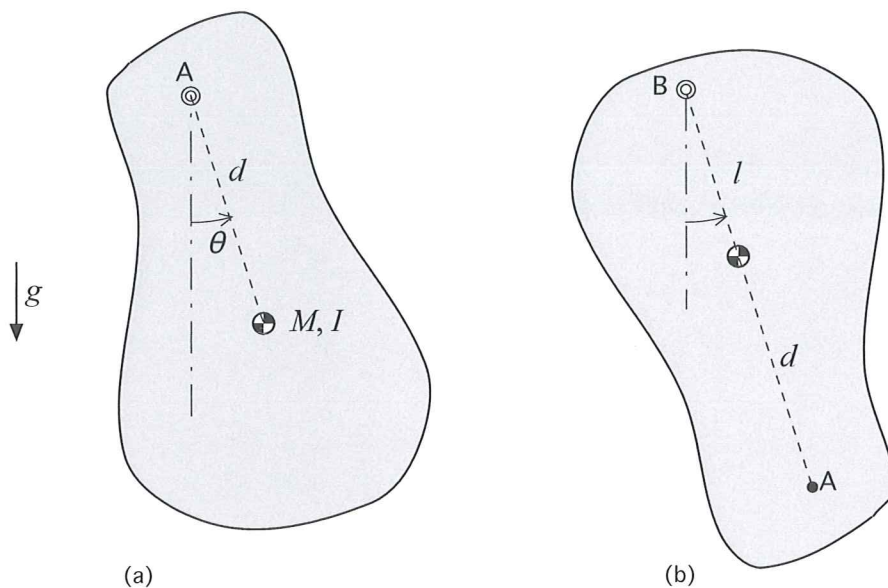


Tentamen
Mechanica & Relativiteit 2
11 april 2013, 08:30–11:30u

Opgave 1 Iedere fysische slinger heeft een “anti-versie”, genaamd reversie slinger. Alvorens deze te analyseren, kijken we eerst naar de “gewone” fysische slinger in figuur (a). Het lichaam met massa M en traagheids-moment I om het massamiddelpunt kan wrijvingsloos roteren om een horizontale as in het punt A dat zich op een afstand d boven het massamiddelpunt bevindt.

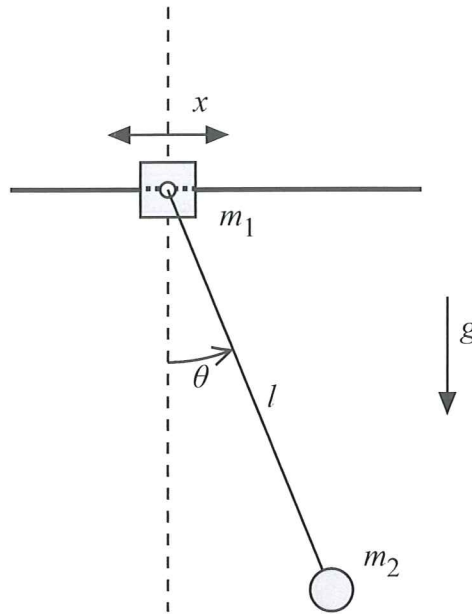


- a. Leid de bewegingsvergelijking af voor kleine trillingen rondom de evenwichtstand (aangegeven met de verticale streep-stip lijn). Druk de frequentie daarvan uit in de hierboven gegeven grootheden.

Beschouw nu de situatie in figuur (b) waarbij hetzelfde lichaam opgehangen is aan een as door een punt B aan de tegenovergestelde zijde van het massamiddelpunt op afstand l . De frequentie van deze slinger zal in het algemeen verschillen van de oorspronkelijke slinger; in het bijzondere geval dat beide frequenties hetzelfde zijn, wordt de slinger in (b) een reversie-slinger genoemd.

- b. Bepaal de afstand l voor een reversie-slinger.

Opgave 2 Een slinger (lengte l en massa m_2) is bevestigd aan een blok (massa m_1) dat wrijvingsloos kan glijden over een horizontale baan. We kiezen ervoor om de horizontale positie x en de uitwijking θ ten opzichte van de verticaal als vrijheidsgraden te gebruiken.



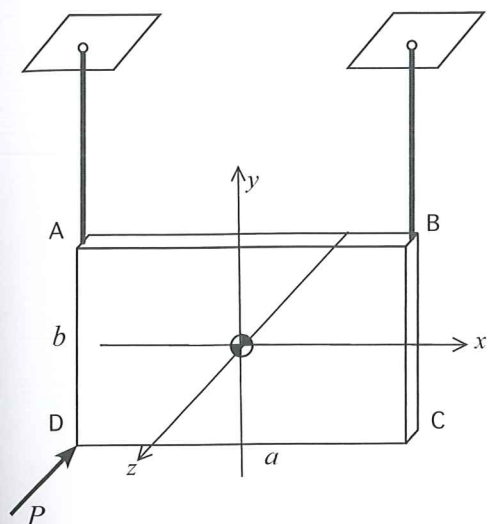
- Stel de Lagrangiaan \mathcal{L} voor dit systeem op.
- \mathcal{L} blijkt niet van x af te hangen. Toon aan dat als gevolg hiervan geldt

$$(m_1 + m_2)\dot{x} + m_2 l \dot{\theta} \cos \theta = \text{constant}$$

en geef de fysische interpretatie.

- Bekijk de situatie waarbij massa m_2 met een constante rotatiesnelheid ω om m_1 draait. Kies als beginwaarden dat m_1 stilstaat op positie $x = 0$ en m_2 daar juist verticaal onder hangt. Bepaal de resulterende beweging van massa m_1 , $x(t)$. Neem hierbij aan dat ω zo groot is dat het koord tussen m_1 en m_2 strak blijft staan.
- Leidt de bewegingsvergelijking in θ -richting af. In het resultaat kunnen de verschuiving x en haar tijdsafgeleiden voorkomen.
- In stilstand hangt m_2 recht onder m_1 . Wanneer m_2 vervolgens vanuit een kleine uitwijking θ wordt losgelaten zal het systeem een harmonische beweging ondergaan. Lineariseer de bewegingsvergelijkingen voor x en θ en bepaal de eigenfrequentie(s).

Opgave 3 Een rechthoekige plaat met massa m , breedte a en hoogte b , hangt met twee touwen aan de hoekpunten A en B. Als de plaat stilhangt, met de zijde AB in horizontale richting, wordt in hoekpunt D een stoot ter grootte P uitgeoefend loodrecht op de plaat in de negatieve z -richting. De vraag heeft betrekking op de beweging van de plaat direct na de stoot.



- Bereken de traagheidsmomenten van de plaat om de aangegeven x , y en z assen.
- Bereken direct na de stoot de snelheid van het massamiddelpunt en
- de hoeksnelheid van de plaat.

Opgave 4 Geef bij ieder van de onderstaande beweringen aan of deze juist of onjuist is, en verklaar waarom.

- De afstand tussen A en B in opgave 1 is $d+l$. **Bewering:** volgens de parallele-assen stelling zijn de traagheidsmomenten t.o.v. A en B gerelateerd volgens

$$I_B = I_A + M(d+l)^2.$$

- De methode van Lagrange staat soms reductie van het aantal graden van vrijheid toe door een effectieve potentiaal in te voeren. **Bewering:** een dergelijke potentiaal vereist het bestaan van een cyclische coördinaat.
- Een tol die niet spint valt om, een tol met spin ω voert een precessiebeweging uit met frequentie Ω die evenredig is met $1/\omega$. **Bewering:** de precessiebeweging is op de maan sneller dan op aarde.



| Opgave | aantal punten |
|--------|---------------|
| 1 | 1+1=2 |
| 2 | 2+1+1+1+2=7 |
| 3 | 1+2+3=6 |
| 4 | 1+1+1=3 |

$$\text{Tentamencijfer} = (\text{totaal punten} + 2) / 2$$

